Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике

для 7 класса

2024/25 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Лена начала выписывать в порядке возрастания все числа, для которых одновременно выполняются следующие условия:

- состоят только из цифр 1 и 7;
- имеют столько же единиц, сколько семёрок;
- делятся на 3.

Какое число у Лены стоит на втором месте?

Ответ: 117177

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Если в числе одна единица и одна семёрка, то оно не делится на 3 (сумма цифр равна 8). Аналогично, если в числе по две единицы и семёрки. Число из трёх единиц и трёх семёрок будет делиться на 3 при любом расположении цифр. Наименьшее такое число — 111777, следующее — 117177. Это и будет ответом.

Задание № 1.2

Условие:

Андрей начал выписывать в порядке возрастания все числа, для которых одновременно выполняются следующие условия:

- состоят только из цифр 1 и 4;
- имеют столько же единиц, сколько четвёрок;
- делятся на 3.

Какое число у Андрея стоит на втором месте?

Ответ: 114144

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.3

Условие:

Виталик начал выписывать в порядке возрастания все числа, для которых одновременно выполняются следующие условия:

- состоят только из цифр 2 и 5;
- имеют столько же двоек, сколько пятёрок;
- делятся на 3.

Какое число у Виталика стоит на втором месте?

Ответ: 225255

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 1.4

Условие:

Костя начал выписывать в порядке возрастания все числа, для которых одновременно выполняются следующие условия:

- состоят только из цифр 5 и 8;
- имеют столько же пятёрок, сколько восьмёрок;
- делятся на 3.

Какое число у Кости стоит на втором месте?

Ответ: 558588

Точное совпадение ответа — 1 балл

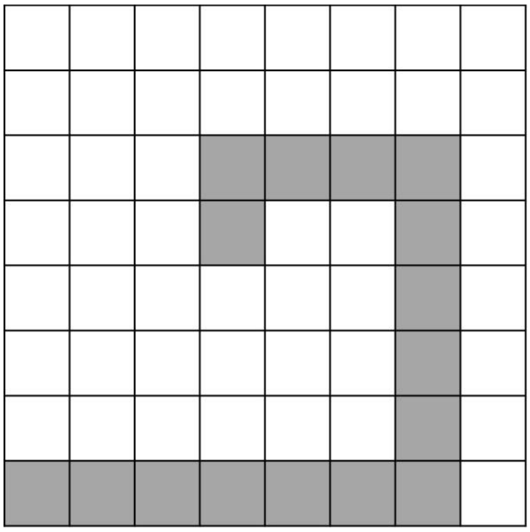
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 1.1

Задание № 2.1

Условие:

Андрей отправился гулять по квадрату 100 × 100, от левого нижнего угла к центру. Сперва он идёт по нижней строке до предпоследнего столбца, поворачивает налево, доходит до третьей сверху строки, поворачивает налево, доходит до четвёртого слева столбца и т. д., пока не окажется в одной из четырёх центральных клеток. На рисунке изображён такой путь для доски 8 × 8, он состоит из 16 клеток.



Определите длину пути для доски 100 × 100.

Ответ: 2500

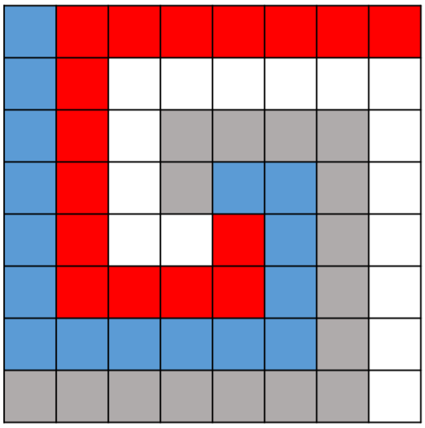
Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Способ 1:

Нарисуем требуемую фигуру и три раза повернём её на 90 градусов относительно центра доски. На рисунке приведена картинка для аналогичной операции для квадрата 8 × 8.



Полученные четыре равные фигуры являются разбиением квадрата 100×100, а значит, одна фигура занимает четверть квадрата, т.е. 2500 клеток.

Способ 2:

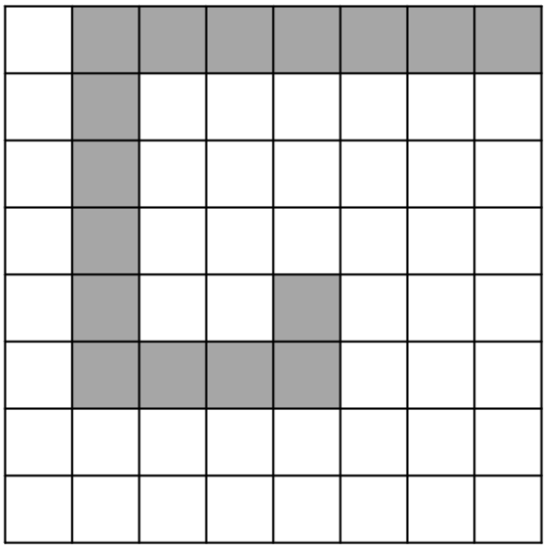
В первом (горизонтальном) ряду 99 клеток. После каждого поворота число новых покрашенных клеток на прямом участке пути отличается от предыдущего прямого участка на две клетки: он начинается на одну клетку позже предыдущего и заканчивается на одну клетку раньше. Таким образом, площадь фигуры будет равна:

$99 + 97 + 95 + ... + 3 + 1 = (99 + 1) + (97 + 3) + ... + (51 + 49) = 100 \cdot 25 = 2500.$

Задание № 2.2

Условие:

Дима отправился гулять по квадрату 200 × 200, от правого верхнего угла к центру. Сперва он идёт по верхней строке до второго столбца, поворачивает налево, доходит до третьей снизу строки, поворачивает налево, доходит до четвёртого справа столбца и т. д., пока не окажется в одной из четырёх центральных клеток. На рисунке изображён такой путь для доски 8 × 8, и он состоит из 16 клеток.



Определите длину пути для доски 200 × 200.

Ответ: 10000

Точное совпадение ответа — 1 балл

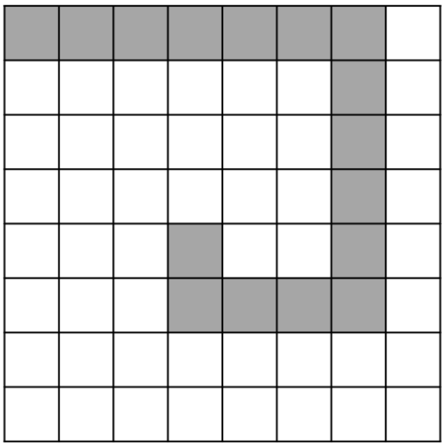
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 2.3

Условие:

Дима отправился гулять по квадрату 80×80, от левого верхнего угла к центру. Сперва он идёт по верхней строке до предпоследнего столбца, поворачивает направо, доходит до третьей снизу строки, поворачивает направо, доходит до четвёртого слева столбца и т. д., пока не окажется в одной из четырёх центральных клеток. На рисунке изображён такой путь для доски 8×8, он состоит из 16 клеток.



Определите длину пути для доски 80×80.

Ответ: 1600

Точное совпадение ответа — 1 балл

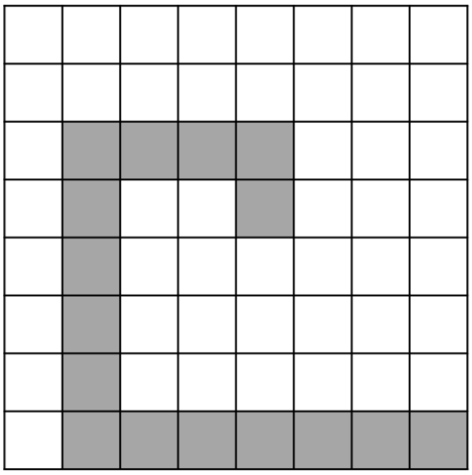
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 2.4

Условие:

Дима отправился гулять по квадрату 60×60, от правого нижнего угла к центру. Сперва он идёт по нижней строке до второго столбца, поворачивает направо, доходит до третьей сверху строки, поворачивает направо, доходит до четвёртого справа столбца и т. д., пока не окажется в одной из четырёх центральных клеток. На рисунке изображён такой путь для доски 8×8, он состоит из 16 клеток.



Определите длину пути для доски 60×60.

Ответ: 900

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 2.1

Задание № 3.1

Условие:

Имеется 9 коробок, в каждую из которых положили синие и красные шарики, так что в каждой коробке есть хотя бы один синий и хотя бы один красный шарик. Коля нашёл разницу между количеством шариков разных цветов в каждой коробке (если они не равны, то из большего вычел меньшее). Эти числа написал на коробках. Оказалось, что было написано 9 разных чисел. Какое минимальное количество шариков может лежать суммарно во всех коробках, если известно, что общее количество красных шариков такое же, как общее количество синих?

Ответ: 54

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Выкинем из каждой коробки по два шарика: один красный и один синий (всего выкинули 18 шариков). Если в какой-то коробке есть и синие, и красные шарики, то выкинем из неё один синий и один красный — разность будет та же, а общее количество уменьшится. Тогда, если мы хотим получить минимальное суммарное количество шариков, то в каждой коробке будут лежать либо только синие, либо только красные шарики (либо пусто). Теперь мы получили, что число на коробке это и есть количество шариков в этой коробке. Поэтому минимальное количество шариков окажется, если на коробках будут написаны числа 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Их сумма равна 36. Добавляя выкинутые 18 шариков получим, что количество шариков было не меньше, чем 36 + 18 = 54. Пример расположения шариков по коробкам:

	Количество синих шариков	Количество красных шариков	Числа на коробках
Первая коробка	1	1	0
Вторая коробка	2	1	1
Третья коробка	3	1	2
Четвёртая коробка	1	4	3
Пятая коробка	1	5	4
Шестая коробка	1	6	5
Седьмая коробка	1	7	6
Восьмая коробка	8	1	7
Девятая коробка	9	1	8
Количество шариков во всех коробках	27	27	

Задание № 3.2

Условие:

Имеется 8 коробок, в каждую из которых положили синие и красные шарики, так что в каждой коробке есть хотя бы один синий и хотя бы один красный шарик. Коля нашёл разницу между количеством шариков разных цветов в каждой коробке (если они не равны, то из большего вычел меньшее). Эти числа написал на коробках. Оказалось, что было написано 8 разных чисел. Какое минимальное количество шариков может лежать суммарно во всех коробках, если известно, что общее количество красных шариков такое же, как общее количество синих?

Ответ: 44

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.3

Условие:

Имеется 12 коробок, в каждую из которых положили синие и красные шарики, так что в каждой коробке есть хотя бы один синий и хотя бы один красный шарик. Коля нашёл разницу между количеством шариков разных цветов в каждой коробке (если они не равны, то из большего вычел меньшее). Эти числа написал на коробках. Оказалось, что было написано 12 разных чисел. Какое минимальное количество шариков может лежать суммарно во всех коробках, если известно, что общее количество красных шариков такое же, как общее количество синих?

Ответ: 90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 3.4

Условие:

Имеется 13 коробок, в каждую из которых положили синие и красные шарики, так что в каждой коробке есть хотя бы один синий и хотя бы один красный шарик. Коля нашёл разницу между количеством шариков разных цветов в каждой коробке (если они не равны, то из большего вычел меньшее). Эти числа написал на коробках. Оказалось, что было написано 13 разных чисел. Какое минимальное количество шариков может лежать суммарно во всех коробках, если известно, что общее количество красных шариков такое же, как общее количество синих?

Ответ: 104

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 3.1

Задание № 4.1

Общее условие:

В одной комнате собрались 5 девочек: Аня, Белла, Вера, Галя и Даша — и подсчитали количество съеденных ими за неделю конфет. Оказалось, что если из комнаты выйдет Аня, то среднее арифметическое количества съеденных за неделю конфет четырёх оставшихся девочек будет равно 64. Аналогично без Беллы это число будет равно 52, без Веры — 46, без Гали — 60, без Даши — 58.

Условие:

Как зовут девочку, которая съела больше всего конфет за эту неделю?

Ответ:

- o Аня
- o Белла
- ✓ Вера
- o Галя
- o Даша

Условие:

Сколько конфет она съела?

Ответ: 96

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Заметим, что после выхода из комнаты Веры среднее арифметическое становится равным самому маленькому значению. Значит, больше всех съела Вера.

Также заметим, что учетверённое среднее арифметическое съеденных конфет без Ани равно сумме съеденных конфет четырьмя девочками без Ани. Аналогично заметить про остальных девочек. Поэтому, учетверённая сумма 64 + 52 + 46 + 60 + 58 равна учетверённой сумме съеденных конфет всеми пятью девочками. Тогда сумма 64 + 52 + 46 + 60 + 58 равна сумме съеденных конфет всеми пятью девочками. Осталось вычесть из этой суммы $4 \cdot 46$ — сумму съеденных конфет четырьмя девочками без Веры. Получим $64 + 52 + 46 + 60 + 58 – 4 \cdot 46 = 96$. Столько конфет съела Вера.

Задание № 4.2

Общее условие:

В одной комнате собрались 5 девочек: Аня, Белла, Вера, Галя и Даша — и подсчитали количество съеденных ими за неделю конфет. Оказалось, что если из комнаты выйдет Аня, то среднее арифметическое количества съеденных за неделю конфет четырёх оставшихся девочек будет равно 59. Аналогично без Беллы это число будет равно 53, без Веры — 57, без Гали — 56, без Даши — 45.

Условие:

Как зовут девочку, которая съела больше всего конфет за эту неделю?

Ответ:

- o Аня
- o Белла
- o Вера
- o Галя
- ✓ Даша

Условие:

Сколько конфет она съела?

Ответ: 90

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 4.3

Общее условие:

В одной комнате собрались 5 девочек: Аня, Белла, Вера, Галя и Даша — и подсчитали количество съеденных ими за неделю конфет. Оказалось, что если из комнаты выйдет Аня, то среднее арифметическое количества съеденных за неделю конфет четырёх оставшихся девочек будет равно 67. Аналогично без Беллы это число будет равно 63, без Веры — 69, без Гали — 70, без Даши — 61.

Условие:

Как зовут девочку, которая съела меньше всего конфет за эту неделю?

Ответ:

- o Аня
- o Белла
- o Вера
- ✓ Галя
- o Даша

Условие:

Сколько конфет она съела?

Ответ: 50

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 4.4

Общее условие:

В одной комнате собрались 5 девочек: Аня, Белла, Вера, Галя и Даша — и подсчитали количество съеденных ими за неделю конфет. Оказалось, что если из комнаты выйдет Аня, то среднее арифметическое количества съеденных за неделю конфет четырёх оставшихся девочек будет равно 59. Аналогично без Беллы это число будет равно 53, без Веры — 57, без Гали — 56, без Даши — 45.

Условие:

Как зовут девочку, которая съела меньше всего конфет за эту неделю?

Ответ:

- ✓ Аня
- o Белла
- o Вера
- o Галя
- o Даша

Условие:

Сколько конфет она съела?

Ответ: 34

Точное совпадение ответа — 1 балл

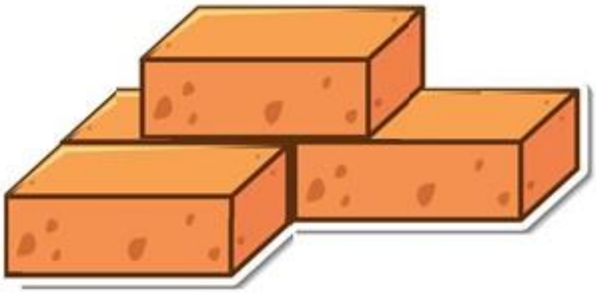
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 4.1

Задание № 5.1

Условие:

Из четырёх одинаковых кирпичей сложили конструкцию, как показано на рисунке. Известно, что суммарная площадь поверхности этой конструкции (сверху, снизу, со всех боков) равна 894 см^2. Найдите площадь поверхности одного кирпича. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 298

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

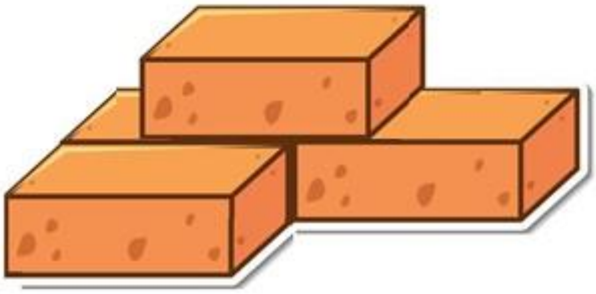
Решение.

Заметим, что при составлении этой конструкции участвуют все три вида сторон кирпича (верхняя, равная нижней, левая, равная правой, и передняя, равная задней). Просуммируем площади поверхностей четырёх кирпичей. При соприкосновении нужно вычесть дважды площади соприкосновения. Поэтому площадь суммы поверхностей конструкции из четырёх кирпичей уменьшается ровно на площадь поверхности одного кирпича. Значит, 894 равно суммарной площади поверхностей трёх кирпичей, тогда искомая площадь одного кирпича равна: $894 \div 3 = 298$.

Задание № 5.2

Условие:

Из четырёх одинаковых кирпичей сложили конструкцию, как показано на рисунке. Известно, что суммарная площадь поверхности этой конструкции (сверху, снизу, со всех боков) равна 756 см^2. Найдите площадь поверхности одного кирпича. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 252

Точное совпадение ответа — 1 балл

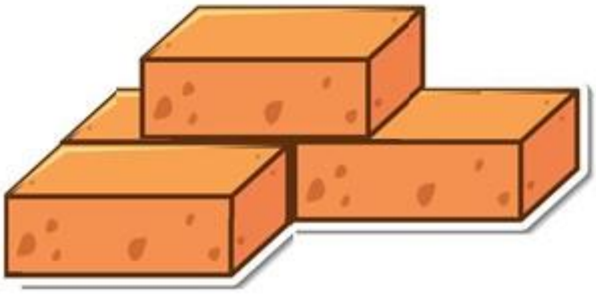
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.3

Условие:

Из четырёх одинаковых кирпичей сложили конструкцию, как показано на рисунке. Известно, что суммарная площадь поверхности этой конструкции (сверху, снизу, со всех боков) равна 816 см^2. Найдите площадь поверхности одного кирпича. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 272

Точное совпадение ответа — 1 балл

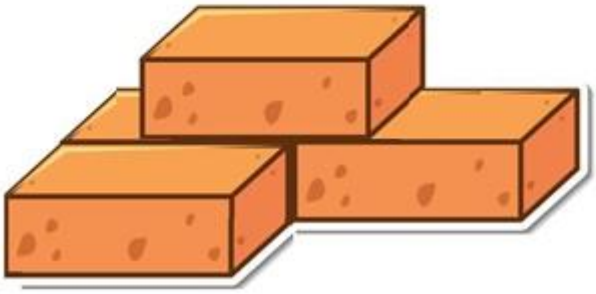
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 5.4

Условие:

Из четырёх одинаковых кирпичей сложили конструкцию, как показано на рисунке. Известно, что суммарная площадь поверхности этой конструкции (сверху, снизу, со всех боков) равна 2496 см^2. Найдите площадь поверхности одного кирпича. Ответ выразите в квадратных сантиметрах.



Ответ: 832

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 4

Решение по аналогии с заданием 5.1

Задание № 6.1

Общее условие:

Барабашка живёт враздевалке, где стоят шкафчики с номерами от 67 до 79. Однажды ночью Барабашка занялся колдовством: он стал произносить вслух числа натурального ряда, начиная с 1. При этом, если номер шкафчика делится на называемое число, то шкафчик подпрыгивает один раз, в противном случае стоит смирно. Безобразия прекратились, как только было произнесено число, в ответ на которое ни один шкафчик не среагировал.

Условие:

Какое это было число?

Ответ: 16

Условие:

Шкафчик с каким номером подпрыгнул наибольшее число раз?

Ответ: 72

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

В указанном диапазоне номеров шкафчиков всего 13 чисел, а значит, среди них обязательно встретится хотя бы одно число, делящееся нацело на какое-то из чисел от 1 до 13. Посмотрим на число 14. На него делится число 70, а на число 15 делится число 75. На число 16 уже не делится никакое из указанных чисел. Поэтому всё завершится на числе 16. Как найти число, имеющее наибольшее количество делителей среди чисел от 1 до 15? Выпишем наши числа: 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79. Поймем, что числа 67, 71, 73 и 79 имеют среди чисел от 1 до 15 ровно один делитель, а именно 1, так как эти числа простые, но второй делитель (само число) явно больше чисел из диапазона от 1 до 15. Вычеркнем из этого списка простые числа. Тогда останутся числа 68, 69, 70, 72, 74, 75, 76, 77, 78. Представим каждое число, кроме 72, в виде разложения на простые множители. У каждого из этих чисел простых множителей не более 3, учитывая совпадающие. Тогда количество различных делителей у каждого из чисел не более 8, включая само число. Для каждого из множителей два варианта — входит он в наш делитель или нет, откуда число вариантов равно 23. Тогда из интересующего промежутка от 1 до 15 различных делителей не более 7. Число 72 имеет 8 делителей среди чисел от 1 до 15. Это числа 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 — всего их восемь. Число вариантов равно 23 — это число вариантов равно 2 в степени 3.

Задание № 6.2

Общее условие:

Барабашка живёт в раздевалке, где стоят шкафчики с номерами от 73 до 89. Однажды ночью Барабашка занялся колдовством: он стал произносить вслух числа натурального ряда, начиная с 1. При этом, если номер шкафчика делится на называемое число, то шкафчик подпрыгивает один раз, в противном случае стоит смирно. Безобразия прекратились, как только было произнесено число, в ответ на которое ни один шкафчик не среагировал.

Условие:

Какое это было число?

Ответ: 18

Условие:

Шкафчик с каким номером подпрыгнул наибольшее число раз?

Ответ: 84

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 6.3

Общее условие:

Барабашка живёт в раздевалке, где стоят шкафчики с номерами от 93 до 105. Однажды ночью Барабашка занялся колдовством: он стал произносить вслух числа натурального ряда, начиная с 1. При этом, если номер шкафчика делится на называемое число, то шкафчик подпрыгивает один раз, в противном случае стоит смирно. Безобразия прекратились, как только было произнесено число, в ответ на которое ни один шкафчик не среагировал.

Условие:

Какое это было число?

Ответ: 18

Условие:

Шкафчик с каким номером подпрыгнул наибольшее число раз?

Ответ: 96

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 6.4

Общее условие:

Барабашка живёт в раздевалке, где стоят шкафчики с номерами от 98 до 111. Однажды ночью Барабашка занялся колдовством: он стал произносить вслух числа натурального ряда, начиная с 1. При этом, если номер шкафчика делится на называемое число, то шкафчик подпрыгивает один раз, в противном случае стоит смирно. Безобразия прекратились, как только было произнесено число, в ответ на которое ни один шкафчик не среагировал.

Условие:

Какое это было число?

Ответ: 16

Условие:

Шкафчик с каким номером подпрыгнул наибольшее число раз?

Ответ: 108

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 6.1

Задание № 7.1

Общее условие:

На дне рождения у Дядьки Черномора присутствовали все 33 богатыря. Черномор угощал их тортом по очереди. Первый богатырь съел 1/4 всего торта, второй — 1/5 оставшегося, третий — 1/6 оставшегося и так далее. Наконец 33-й богатырь съел 1/36 оставшегося куска, и то, что осталось, съел Черномор.

Условие:

Кто съел больше: первый богатырь или Черномор?

Ответ:

- ✓ Первый богатырь
- o Черномор
- o Поровну

Условие:

Во сколько раз? Если богатырь и Черномор съели поровну, в ответ запишите 1.

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение.

Заметим, что после 1-ого богатыря останется $1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$ торта.

После второго останется $4/5$ от остатка, то есть $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}$.

После третьего останется $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}$, и так далее, после последнего богатыря останется $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\ldots\cdot\frac{34}{35}\cdot\frac{35}{36}$.

Заметим, что в каждом следующем множителе этого произведения в числителе стоит такое же число, как и в знаменателе предыдущего, значит после сокращения останется только числитель первого множителя и знаменатель последнего, $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

$\frac{1}{12} < \frac{1}{4}$, значит первый богатырь съел больше, чем Черномор, причём в $\frac{1}{4} \div \frac{1}{12} = 3$ раза.

Задание № 7.2

Общее условие:

На дне рождения у Дядьки Черномора присутствовали все 33 богатыря. Черномор угощал их тортом по очереди. Первый богатырь съел 1/12 всего торта, второй — 1/13 оставшегося, третий — 1/14 оставшегося и так далее. Наконец 33-й богатырь съел 1/44 оставшегося куска, и то, что осталось, съел Черномор.

Условие:

Кто съел больше: первый богатырь или Черномор?

Ответ:

- o Первый богатырь
- ✓ Черномор
- o Поровну

Условие:

Во сколько раз? Если богатырь и Черномор съели поровну, в ответ запишите 1.

Ответ: 3

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.3

Общее условие:

На дне рождения у Дядьки Черномора присутствовали все 33 богатыря. Черномор угощал их тортом по очереди. Первый богатырь съел 1/16 всего торта, второй — 1/17 оставшегося, третий — 1/18 оставшегося и так далее. Наконец 33-й богатырь съел 1/48 оставшегося куска, и то, что осталось, съел Черномор.

Условие:

Кто съел больше: первый богатырь или Черномор?

Ответ:

- o Первый богатырь
- ✓ Черномор
- o Поровну

Условие:

Во сколько раз? Если богатырь и Черномор съели поровну, в ответ запишите 1.

Ответ: 5

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

Задание № 7.4

Общее условие:

На дне рождения у Дядьки Черномора присутствовали все 33 богатыря. Черномор угощал их тортом по очереди. Первый богатырь съел 1/32 всего торта, второй — 1/33 оставшегося, третий — 1/34 оставшегося и так далее. Наконец 33-й богатырь съел 1/64 оставшегося куска, и то, что осталось, съел Черномор.

Условие:

Кто съел больше: первый богатырь или Черномор?

Ответ:

- o Первый богатырь
- ✓ Черномор
- o Поровну

Условие:

Во сколько раз? Если богатырь и Черномор съели поровну, в ответ запишите 1.

Ответ: 15.5

Точное совпадение ответа — 1 балл

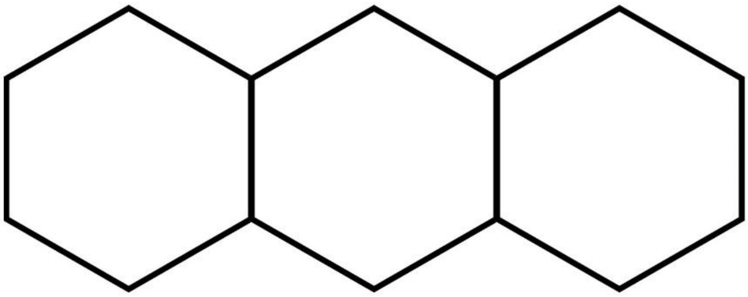
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 7.1

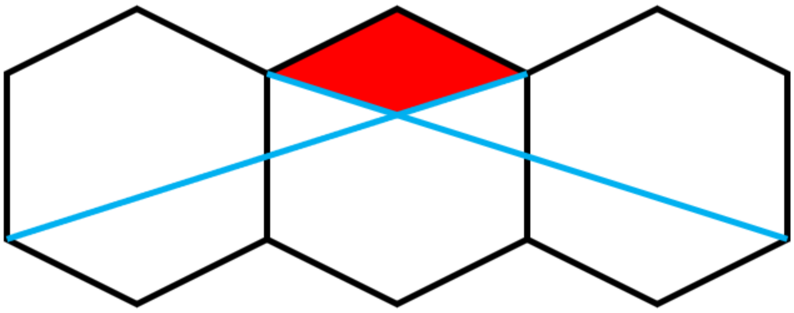
Задание № 8.1

Условие:

Муми-мама испекла три одинаковые пиццы в виде правильного шестиугольника и сложила их рядом, как показано на рисунке.



Муми-тролль сделал два прямых разреза, как на рисунке, и взял себе кусочек, отмеченный красным.



Какую часть одной пиццы взял себе Муми-тролль?

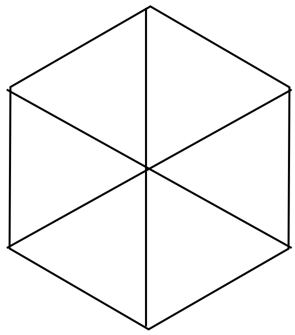
Ответ: 1/4

Точное совпадение ответа — 1 балл

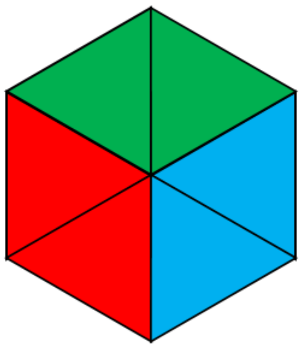
Максимальный балл за задание — 1

Решение.

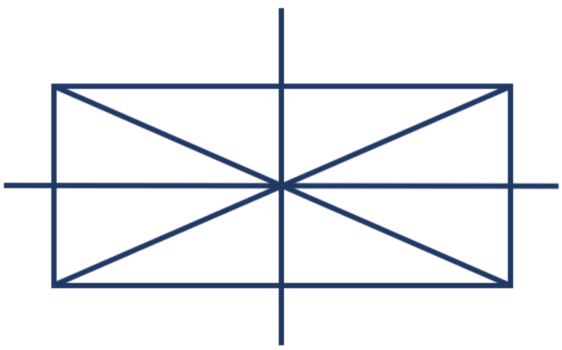
Первый факт. Если в правильном шестиугольнике провести три главные диагонали, то они разобьют его на 6 одинаковых правильных (равносторонних треугольников) – см. рисунок.



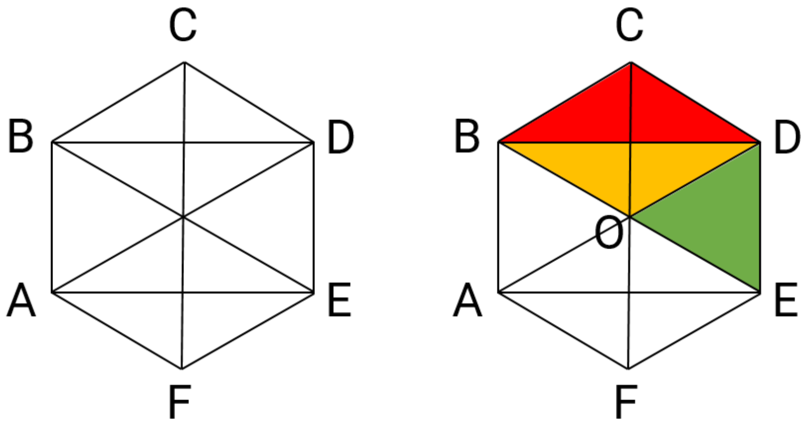
Второй факт Правильный шестиугольник состоит из трёх одинаковых ромбов.



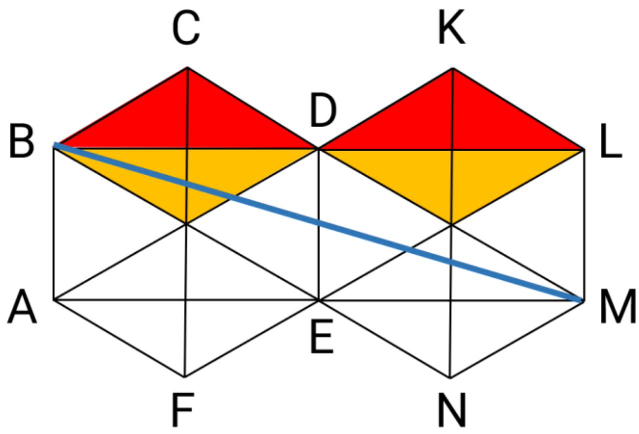
Третий факт. В любом прямоугольнике прямая, параллельная сторонам и проходящая через точку пересечения диагоналей, разбивает прямоугольник на два равных прямоугольника и, следовательно, на два прямоугольника с равной площадью. На следующем рисунке прямые разбивают прямоугольник на 8 равных треугольников



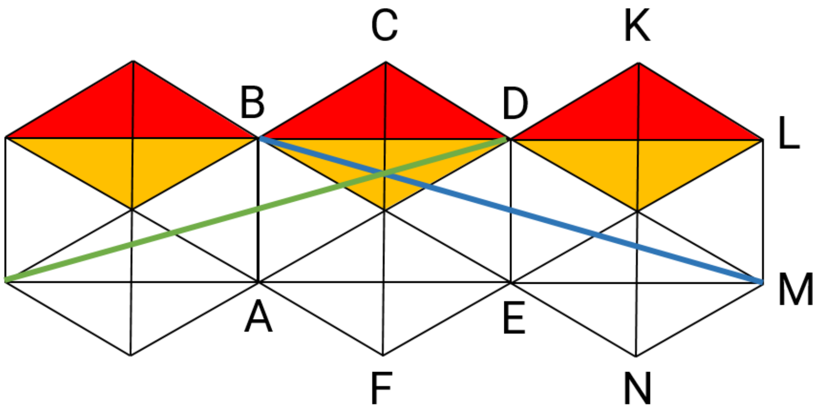
Четвёртый факт. Проведем еще две линии и введем обозначения для удобства.



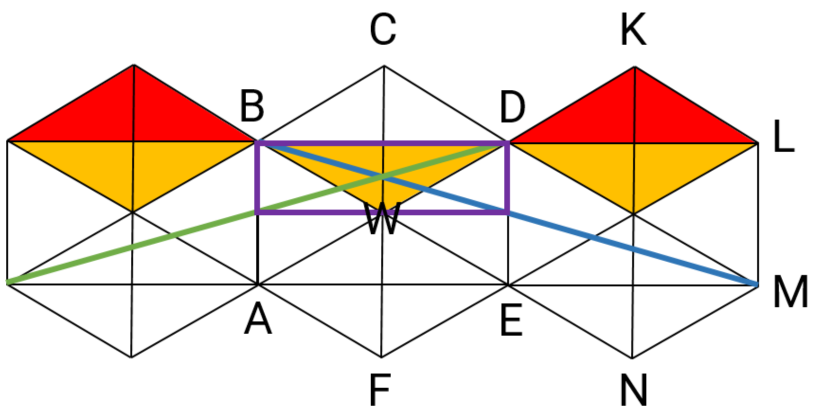
Из свойств правильного треугольника следует, что площади красного треугольника BCD, жёлтого BOD и зелёного ODE равны (и равны половине шестиугольника и шестой части площади исходной одной пиццы) Мы описали все факты, которые потребуются для решения задачи, и теперь можно закончить вычисления.



Расмотрим две разположенные рядом пиццы. Так как пиццы абсолютно одинаковые, то BD = DL, а AE = EM и в прямоугольнике ADLM прямая BM является диагональю, которая делит пополам отрезок DE, параллельный сторонам AB и LM и эта тока пересечения- середина (точка пересечения диагоналей) прямоугольника ABLM. Если провести аналогичную прямую через точку D, то она пройдет через точку пересечения CF и BM, по аналогичным соображениям с использованием 3 факта для прямоугольника, который мы выделяем на картинке ниже сиреневым цветом.



Если теперь выделить в нашей конструкции сиреневый прямоугольник и обозначить точку пересечения его диагоналей как W,

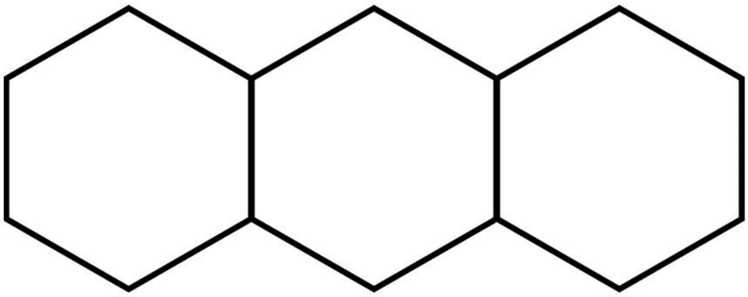


то легко увидеть, что его площадь равна площади двух жёлтых треугольников (2S▲ = S ▄), то есть 1/3 исходной пиццы, откуда площадь BDW равна 1/12 (четверть прямоугольника). Половинка одного ромба BCDW равна 1/6 всей пиццы, а четвертая часть сиреневого прямоугольника, т.е. 1/4 от 1/3 равна 1/12, осталось найти сумму указанных частей, а именно сумму площадей треугольников BCD и BDW, т.е. $S_{\Delta BCD} + S_{\Delta BDW} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

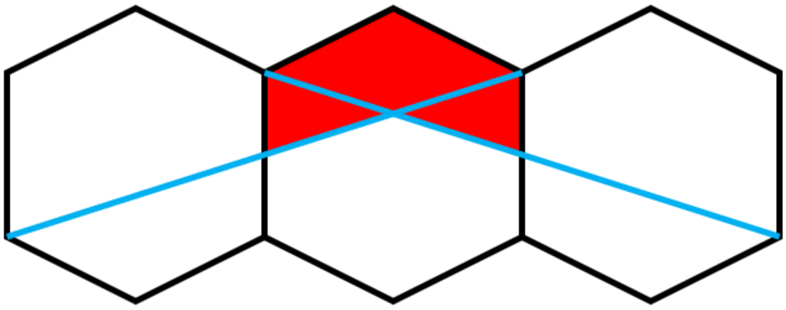
Задание № 8.2

Условие:

Муми-мама испекла три одинаковые пиццы в виде правильного шестиугольника и сложила их рядом, как показано на рисунке.



Муми-тролль сделал два прямых разреза, как на рисунке, и взял себе кусочек, отмеченный красным.



Какую часть одной пиццы взял себе Муми-тролль?

Ответ: 5/12

Точное совпадение ответа — 1 балл

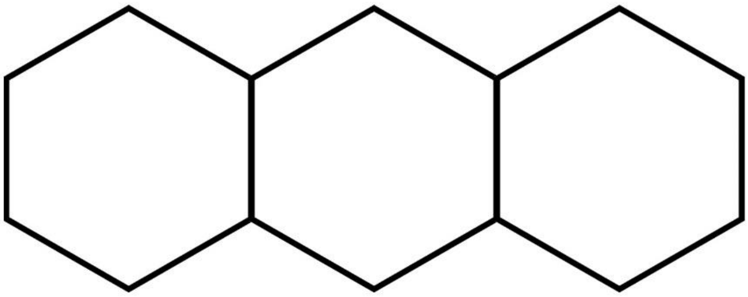
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

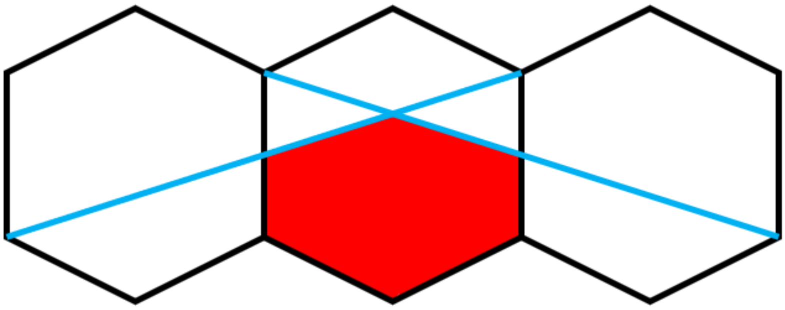
Задание № 8.3

Условие:

Муми-мама испекла три одинаковые пиццы в виде правильного шестиугольника и сложила их рядом, как показано на рисунке.



Муми-тролль сделал два прямых разреза, как на рисунке, и взял себе кусочек, отмеченный красным.



Какую часть одной пиццы взял себе Муми-тролль?

Ответ: 7/12

Точное совпадение ответа — 1 балл

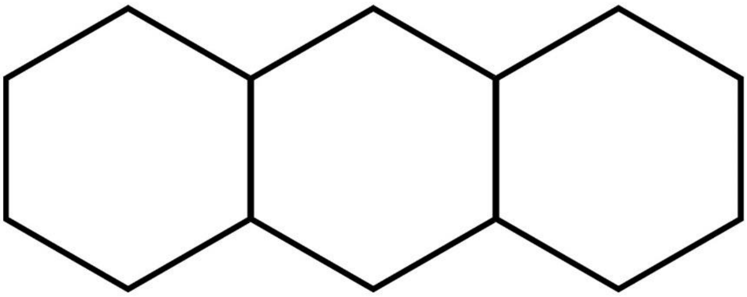
Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1

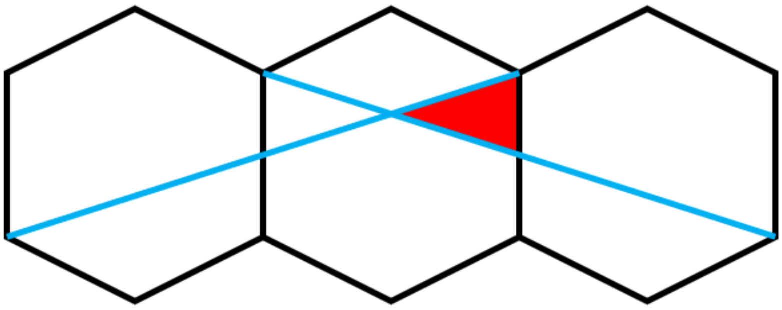
Задание № 8.4

Условие:

Муми-мама испекла три одинаковые пиццы в виде правильного шестиугольника и сложила их рядом, как показано на рисунке.



Муми-тролль сделал два прямых разреза, как на рисунке, и взял себе кусочек, отмеченный красным.



Какую часть одной пиццы взял себе Муми-тролль?

Ответ: 1/12

Точное совпадение ответа — 1 балл

Максимальный балл за задание — 1

Решение по аналогии с заданием 8.1